

OFDM bei LTE

Lars Girke - 18.1.2012

LTE („Long Term Evolution“) ist die Vorstufe der vierten Mobilfunkgeneration und wird daher als 3.9G bezeichnet, umgangssprachlich ist aber häufig von 4G die Rede. LTE ermöglicht Datenraten von theoretischen 300 Mbit/sec zu übertragen. Diese Seminararbeit beschreibt das Grundkonzept OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) als Teil der OSI-Layers 1 (Physikalische Schicht).

I. EINLEITUNG

Im Jahr 2000 wurden in Deutschland freie Frequenzbänder für die Nutzung des UMTS-Mobilfunks versteigert. Bei der Versteigerung wurde ein Gesamterlös von 50,8 Milliarden Euro für den Bund erzielt. Dieser Betrag zeigt, dass die Mobilfunkgesellschaften hohe Einnahmen durch die kabellose Datenübertragung (z.B. starke Nutzung des mobilen Internets auf Smartphones) erwarten. Auch in anderen Staaten kam es zu hohen Erlösen für UMTS-Lizenzen.

Die Datenübertragungsraten von UMTS liegen mittlerweile (mit HSPA+) bei bis zu theoretischen 84 Mbit/sec im Downlink, ohne HSPA+ bei 384 kbit/sec (Quelle: [1]). UMTS verwendet als Multiplexverfahren CDMA (Code Division Multiple Access). CDMA ermöglicht die gleichzeitige Übertragung verschiedener Datenströme auf einem gemeinsamen Frequenzbereich. Zur Trennung der Datenströme auf den Endgeräten werden sogenannte Spreizcodes verwendet, die es ermöglichen, die zu einem Spreizcode zugehörigen Daten herauszufiltern.

Bei UMTS werden die Datensymbole kurz gesendet und brauchen somit eine hohe Bandbreite. Bei stark frequenzselektiven Kanälen, also einer unkonstanten Kanalübertragungsfunktion, ist die Frequenzverzerrung sehr aufwendig. Daher wird bei LTE als Multiplexverfahren OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access) verwendet.

OFDMA ermöglicht ebenfalls die Übertragung verschiedener Datenströme auf einem gemeinsamen Frequenzbereich, der dafür allerdings in Subcarrier (Unterträger) zerlegt wird (siehe Abbildung 1). In jedem dieser Subcarrier ist bei genügend kleiner Aufteilung, z.B. Frequenzabstände von wenigen kHz

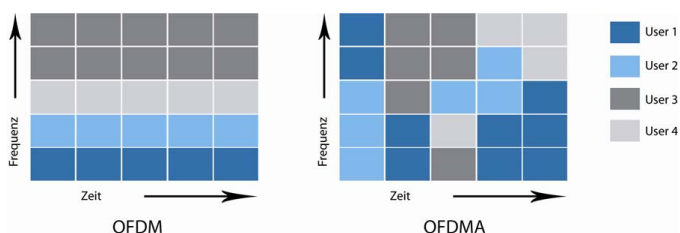


Abbildung 1. OFDM und OFDMA im Zeit- und Frequenzbereich. Die gesamte Bandbreite wird in Subcarrier unterteilt und den einzelnen Usern zugeordnet. Quelle: [2], Seite 18

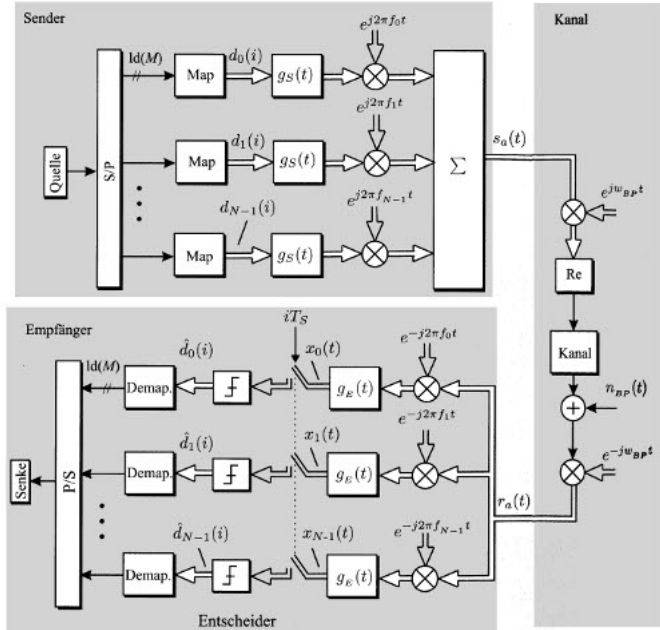


Abbildung 2. Allgemeines Mehrträgersystem. Der Datenstrom wird Seriell/Parallel gewandelt, mehrere Bits werden gemapped, die Symbole werden durch eine Filterbank gesendet und danach auf die einzelnen Subcarrier verschoben. Die Summe wird mit der Trägerfrequenz moduliert über den Kanal gesendet. Die einzelnen Schritte werden im Empfänger rückgängig gemacht. Quelle: [3], S. 584

und Zeitabstände von unter 1 msec, die Kanalübertragungsfunktion annähernd konstant.

Bevor der Aufbau des Mehrträger-LTE-Systems vorgestellt wird, werden die Grundzüge eines allgemeinen Mehrträgersystems gezeigt. In Abbildung 2 ist ein solches System dargestellt. Aus einer Quelle kommt ein Datenstrom, der in Pakete definierter Größe unterteilt wird. Jedes Paket wird parallelisiert in N Fragmente geteilt. Jedes Fragment besteht dann aus z.B. 1, 2, 4, 6 oder 8 Bits. Diese Bits werden jeweils in ein Symbol umgewandelt (gemapped).

Alle nun zeitdiskret vorliegende Symbole werden D/A-gewandelt und durch eine Filterbank geschoben, die aus N identischen Tiefpässen zur Bandbegrenzung der einzelnen Symbole besteht. Diese zeitkontinuierlichen Signale werden mit den jeweiligen Subträgerfrequenzen multipliziert und somit im Frequenzbereich nebeneinander angeordnet. Die Summe aller modulierten Symbolsignale wird mit der Trägerfrequenzschwingung moduliert und der Realteil davon durch den Kanal geschickt.

Der Luftkanal wirkt wie ein System mit der Impulsantwort $h_a(t)$, die vorerst vernachlässigt wird, und ein additives Rauschen $n_{BP}(t)$.

Auf der Empfängerseite wird das empfangene Signal zuerst

demoduliert und ins Basisband verschoben, d.h. mit der Trägerfrequenzschwingung mit negativer Phase multipliziert. Das Ergebnis wird in N parallelen Prozessen weiterverarbeitet. Dazu wird das Signal jeweils mit dem Subträger mit negativer Phase multipliziert. Alle N Signale durchlaufen die Empfangsfilterbank, N identische Tiefpässe. Es folgt eine zeitdiskrete Abtastung und ein Entscheider, der die Empfangssymbole erzeugt und das Rauschen beseitigt. Bei hohem Signal-Rausch-Abstand (SNR) kommt es beim Entscheider zu keinem Bitfehler, wovon wir hier ausgehen. Die Empfangssymbole werden zurück in Bits gewandelt (demapped) und dann mit einem Parallel/Seriell-Wandler in einen Datenstrom umgewandelt.

Betrachtet wird nun das Spektrum der Sendefilter. Die N Sendefilter werden mit einer komplexen Schwingung der Frequenz w_n multipliziert, sodass das Spektrum im Basisband jeweils um w_n zu höheren Frequenzen verschoben wird. Ohne weitere Einschränkungen überlagern sich die Spektren benachbarter Subträger an den Frequenzen w_n . Diese Störung zwischen verschiedenen Subträgern wird als ICI (Inter Carrier Interference) bezeichnet. Ziel ist es nun, eine Orthogonalität der Subträger zu erreichen, sodass ein Subträger keine ICI mehr auf die anderen Subträger hat.

Neben ICI gibt es auch noch ISI (Inter Symbol Interference), bei der sich innerhalb eines Subträgers zwei oder mehr aufeinander folgende Symbole stören. Dieses wird im Kapitel III erläutert.

II. ORTHOGONALITÄT

Die Orthogonalität des Systems, also die Eigenschaft, dass die Subträger keine ICI und ISI aufweisen, realisiert man mit folgender Idee: Die Impulsantwort g_S eines jeden Sendefilters sei ein Rechteckimpuls der Länge T_S , mit $T_S = \frac{1}{\Delta f_S}$.

$$g_S = \begin{cases} \frac{1}{T_S} & 0 \leq t < T_S \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

Gemäß Abbildung 2 lässt sich nun das Mehrträger-Sendesignal berechnen.

$$s_{MC}(t, i) = \sum_{n=0}^{N-1} d_n(i) \cdot e^{j2\pi f_n t} \quad (2)$$

für

$$iT_S \leq t < (i+1)T_S \quad (3)$$

Vor der Betrachtung des Spektrums des Mehrträgersignals muss noch der Einfluss der Diskretisierung einfließen. Das Signal wird mit der Abtastfrequenz $f_A = \frac{N}{T_S}$ abgetastet. Außerdem sei $f_n = \frac{n}{T_S}$.

$$s_{MC} \left(k' \frac{T_S}{N}, i \right) = \sum_{n=0}^{N-1} d_n(i) \cdot e^{j2\pi n k' / N} \quad (4)$$

für

$$iN \leq k' \leq (i+1)N - 1 \quad (5)$$

Der hintere Ausdruck entspricht einer Inversen Diskreten Fouriertransformation.

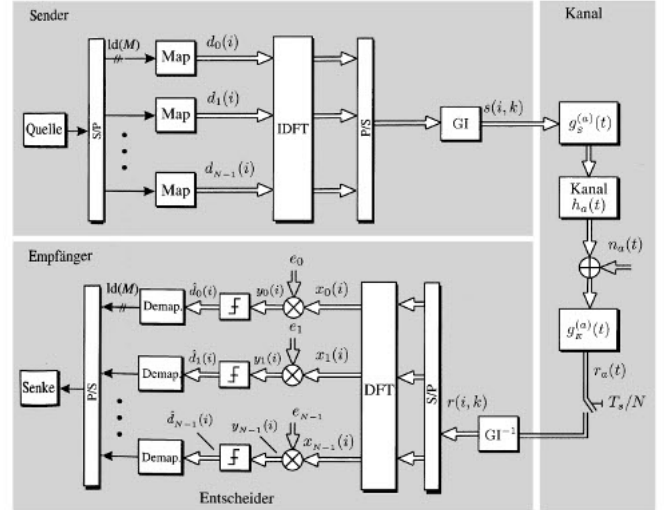


Abbildung 3. Verbessertes Mehrträger-Sendesystem für OFDM im Basisband. Die Daten werden gemappt und dann mit einer IDFT in den diskreten Zeitbereich gewandelt. Das Guardintervall wird in Kapitel III beschrieben. Auf Empfängerseite werden diese Schritte rückgängig gemacht und entzerrt. Quelle: [3], S. 587

$$s_{MC} \left(k' \frac{T_S}{N}, i \right) = s(i, k) = N \cdot IDFT_N^{(n)} \{ d_n(i) \} \quad (6)$$

Der praktische Nutzen der Substitution durch eine IDFT liegt darin, dass die einzelnen Symbole mithilfe einer Inversen Fast Fourier Transformation digital umgewandelt werden, und somit das HF-Frontend minimiert wird. Statt einer Multiplikation mit der Trägerschwingung $e^{j2\pi f_n t}$ für jedes einzelne Symbol eines jeden Trägers, wird für alle N Träger einmalig die IDFT bzw. IDFT der Länge N berechnet.

Das neue System wird in Abbildung 3 dargestellt. Die seriellen Daten werden in parallele Datenströme aufgeteilt, in Symbole umgewandelt und dann mit einer IDFT in den diskreten Zeitbereich umgerechnet. Die nun wieder seriell vorliegenden Daten werden mit einem GuardIntervall (siehe Kapitel III) verlängert; danach wird das Signal durch den Sendefilter (für ein zeitkontinuierliches Signal) und dann durch den Kanal geschickt.

Auf Empfängerseite wirkt zuerst der Empfangsfilter, dann wird das Signal abgetastet und das Guardintervall entfernt. Über die Symbole wird nun eine DFT angewendet. Jeder einzelne Wert wird mit einer Kanalverzerrung multipliziert. Das Rauschen wird durch einen Entscheider von den Symbolen entfernt, die dann wieder in Bits und dann in einen seriellen Datenstrom zurückgewandelt werden.

Zu zeigen ist nach wie vor die Orthogonalität des Systems. Man setzt bei Gleichung 4 an. Die zeitdiskrete Fourier-Transformation (DTFT) berechnet sich zu

$$S_{MC} = \sum_{n=0}^{N-1} DTFT^{(k)} \{ d_n(i) \cdot e^{j2\pi n k' / N} \} \quad (7)$$

$$S_{MC} = \sum_{n=0}^{N-1} d_n(i) \cdot \sum_{k=0}^{N-1} e^{j2\pi n k / N} \cdot e^{-j\Omega k} \quad (8)$$

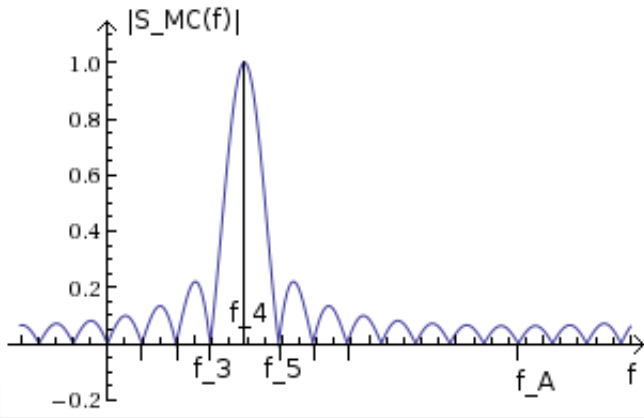


Abbildung 4. Spektrum eines einzelnen Subträgers. Man erkennt, dass genau an den Frequenzen für die benachbarten Subträger das Spektrum gleich Null ist. Damit überlagern sich die einzelnen Spektren in der Summe orthogonal, sodass bei f_n kein ICI entsteht.

$$S_{MC} = \sum_{n=0}^{N-1} d_n(i) \cdot \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j(\Omega - 2\pi n/N)k} \quad (9)$$

Durch das Einsetzen der Summenformel der endlichen geometrischen Reihe und das Umformen in Sinus-Terme ergibt sich

$$S_{MC} = N \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(N-1)(\Omega - 2\pi n/N)/2} \cdot d_n(i) \cdot \frac{\sin(N\Omega/2 - \pi n)}{N \sin(\Omega/2 - \pi n/N)} \quad (10)$$

Die Summanden ohne den Skalierungsfaktor $d_n(i)$ ergeben für die jeweilige Trägerfrequenz f_n für $n = 4$ ein Spektrum wie in Abbildung 4 dargestellt. Das Maximum des Spektrums liegt bei der Trägerfrequenz f_n , bei allen anderen f_A , $A \neq n$ ist das Spektrum Null. Das heißt, dass sich im Spektrum des Summensignal s_{MC} die einzelnen Subträger nicht gegenseitig beeinflussen, es ist also orthogonal und damit ICI-frei.

III. ZYKLISCHER PRÄFIX

Unter Betrachtung eines frequenzselektiven Kanaleinflusses (wie er im Praxiseinsatz vorhanden ist) geht die Orthogonalität verloren. Durch die Impulsantwort des Kanals, die die Dauer T_K hat, kommt es zu ISI, da die vorhergehenden Symbole (mit Symbol ist hier das diskrete Zeitsignal vor dem Sendefilter gemeint) durch die Faltung mit der Kanalimpulsantwort in das aktuelle Symbol „hereinschwingen“. Außerdem wird beim Einschwingen eines Symbols ICI hervorgerufen.

Zur Lösung dieses Problems wird hinter jedem Symbol ein Guardintervall (GI), hier ein Zyklischer Präfix, angehängt. Dieses Guardintervall verlängert die Sendedauer des Symbols und muss beim Empfang verworfen werden (siehe Abbildung 3). Das Guardintervall hängt die letzten g Werte des Symbols vorne wiederholt dran. Wenn die IDFT also N Werte liefert, dann liegen nach dem Guardintervall $N + g$ Werte folgenderweise vor:

$$s(k) = [N - g, \dots, N, 1, 2, \dots, N - g, \dots, N], \quad (11)$$

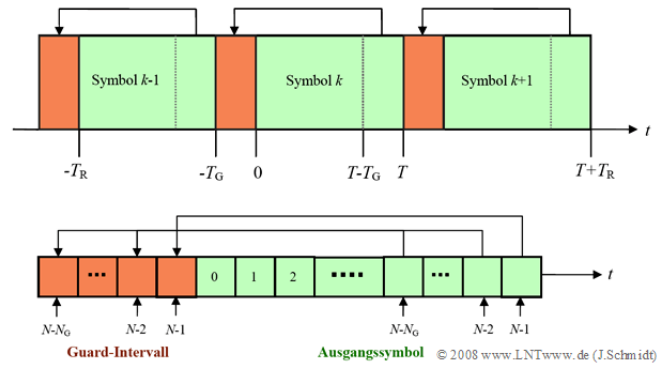


Abbildung 5. Zyklischer Präfix. Die zuletzt gesendeten Werte werden vorne dran gehängt. Dadurch werden ICI sowie ISI bei frequenzselektiven Kanälen beseitigt. Quelle: [4], S. 6

wobei die links stehenden Werte zuerst gesendet werden.

Das Senden des Signals der Länge T durch den Kanal entspricht einer linearen Faltung mit der Impulsantwort des Kanals. Das Ergebnis der Faltung hat die Länge $T + T_K$. Daran kann man bereits erkennen, dass es zu einer Überlappung mit dem nächsten Symbol kommt.

Durch den Kanal erhält man das Signal

$$s_E(k) = s_S(k) \star h(k) + n(k), \quad (12)$$

wobei $s_E(k)$ das Empfangssignal, $s_S(k)$ das Sendesignal, $h(k)$ die Kanalimpulsantwort und $n(k)$ ein Rauschen. Es wird im Empfänger nun die FFT (bzw. allgemein die DFT) von $s_E(k)$ berechnet. Gewünscht wird folgendes Ergebnis:

$$S_E(w) = S_S(w) \cdot H(w) + N(w), \quad (13)$$

damit im Empfänger das Signal $S_S(w)$ durch eine einfach Multiplikation mit der Kanalübertragungsfunktion $H(w)$ entzerrt werden kann.

Dieses Ergebnis wird aber nicht durch die DFT erreicht, da die DFT für eine Multiplikation eine *zyklische* Faltung voraussetzt. Um trotzdem das gleiche Ergebnis durch die DFT zu bekommen, muss das Signal $s_E(k)$ zyklisch verlängert werden. Durch das Kopieren vom Ende des Signals an den Beginn dieses Symbols wird der nötige Zyklus konstruiert. Das Gesamtsymbol wird nach wie vor linear gefaltet, aber der Kanal faltet das *Kernsymbol* zyklisch:

$$s_E(k) = s_S(k) \circledast h(k) + n(k). \quad (14)$$

Mit einer DFT transformiert erhält man Gleichung 13.

Durch das Anwenden des Zyklischen Präfix verringert sich allerdings die Bandbreite-Effizienz, da in der gleichen Zeit weniger Symbole gesendet werden. Die Bandbreite-Effizienz berechnet sich zu

$$\beta = \frac{1}{1 + T/T_G} = \frac{\text{Symbolrate}}{\text{Bandbreite}}, \quad (15)$$

sodass man idealerweise $T = T_K$ wählen sollte. Quelle: [4], S. 6f

Ergänzend ist zu erwähnen, dass es ebenso möglich ist, das Guardintervall mit Nullen aufzufüllen (Guardlücke). Dieses

Transmission BW (MHz)	1.4	3	5	10	15	20
Sub-frame duration	1.0 ms					
Sub-carrier spacing	15 kHz					
Sampling frequency (MHz)	1.92	3.84	7.68	15.36	23.04	30.72
FFT size	128	256	512	1024	1536	2048
Number of occupied sub-carriers	72	180	300	600	900	1200
CP length (μ s)	Normal	4.69 \times 6, 5.21 \times 1				
	Extended	16.6				

Abbildung 6. Tabelle für LTE-spezifische OFDM-Werte. CP = Zyklischer Präfix. Quelle: [5], S. 3

jedoch führt zu einem erhöhten Crestfaktor (siehe dazu [3], S. 593f); außerdem verhindert es nur ISI, aber nicht ICI, weswegen es selten angewendet wird.

IV. SONSTIGES

Bisher ist über die Impulsantwort des Kanals nichts bekannt, außer dass die Länge T_K abgeschätzt wurde, um den zyklischen Präfix festzulegen (siehe Abbildung 6), und dass von einer stückweise linearen Übertragungsfunktion ausgegangen werden kann.

Sendet man ein Symbol α , dann ist das empfangene Symbol α' verzerrt. In einem einfachen Fall kann man sich vorstellen, dass die Amplitude beim Empfänger geringer ist als beim Sender. Es gilt also für jedes Symbol $\alpha = e_k \alpha'$. Für die Rekonstruktion der Symbole muss also bekannt sein, wie die Verzerrung e_k eines Symbols beim Subträger k ist.

Die einfachste Lösung des Problems besteht darin, die Verzerrung zu messen. Dazu wird in regelmäßigen festgelegten Abständen ein bekanntes Symbol α als Pilotton auf dem Subträger k gesendet. Aus dem bekannten und dem gemessenen Symbol α' kann die (zeitlich nur kurz gültige) Kanalverzerrung des Subträgers gemessen werden $e_k = \frac{\alpha}{\alpha'}$. LTE verwendet ein komplexeres Verfahren, welches eine bessere Performance bietet. Auf dieses wird hier nicht näher eingegangen.

Zusammenfassung: Ziele eines OFDM-Systems sind es, die gegebene Bandbreite bei gegebenem Rauschen mit einer maximalen Datenrate auszunutzen (siehe Shannon-Hartley-Gesetz, z.B. bei [6]) und das Spektrum flexibel über die Bandbreite zu streuen, um eine gute Skalierbarkeit für die Anwendung zu erreichen.

Dazu wird das verwendete Spektrum in schmalbandige Subträger und aufgeteilt. Zeitlich wird die Bandbreite ebenfalls in kleine Stücke zerlegt. Für eine schnelle Datenverarbeitung werden FFT-Elemente eingesetzt, um das HF-Frontend zu minimieren. Damit es zu keinen Interferenzen kommt, wenn das Signal durch den Kanal gesendet wird, muss ein zyklischer

Präfix hinzugefügt werden. Mit einer Kanalschätzung werden die Symbole rekonstruiert.

Zum Abschluss wird noch einmal der Bezug zu LTE hergestellt: Das bei LTE im Downlink verwendete OFDMA ist ein OFDM, welches durch eine höhere Schicht die Ressourcen auf verschiedene Endgeräte aufteilt, daher „Multiple Access“. Im Uplink wird das OFDM-ähnliches Verfahren SC-FDMA verwendet.

LITERATUR

- [1] "<http://de.wikipedia.org/wiki/UMTS>," 2012.
- [2] E. Gutt, "LTE Long Term Evolution - Neue Dimension mobiler Breitbandnutzung - Eine technische Einfuehrung," vol. 1.1, p. 42, 2010.
- [3] K.-D. Kammeyer, *Nachrichteneübertragung, 5. Auflage*. Vieweg + Teubner, 2011.
- [4] Lehrstuhl fuer Nachrichtentechnik TU Muenchen, "OFDM mittels diskreter Fouriertransformation," *Modulationsverfahren*, p. 15.
- [5] Motorola Inc., "Long Term Evolution (LTE): Overview of LTE Air-Interface; Technical White Paper," p. 8, 2007.
- [6] "<http://de.wikipedia.org/wiki/Shannon-Hartley-Gesetz>," 2012.