



Seminar Nachrichtentechnik

WS 2005/2006

Lei Feng

- 1 Ziel der Kanalschätzung
- 2 System zur Kanalidentifikation
- 3 Wichtige Algorithmen zur Kanalschätzung
- 4 Zusammenfassung
- 5 Literaturverzeichnis



Ziel der Kanalschätzung



Ziel des Detektors:

- Beseitigung von Intersymbolinterferenz

Erfordernis:

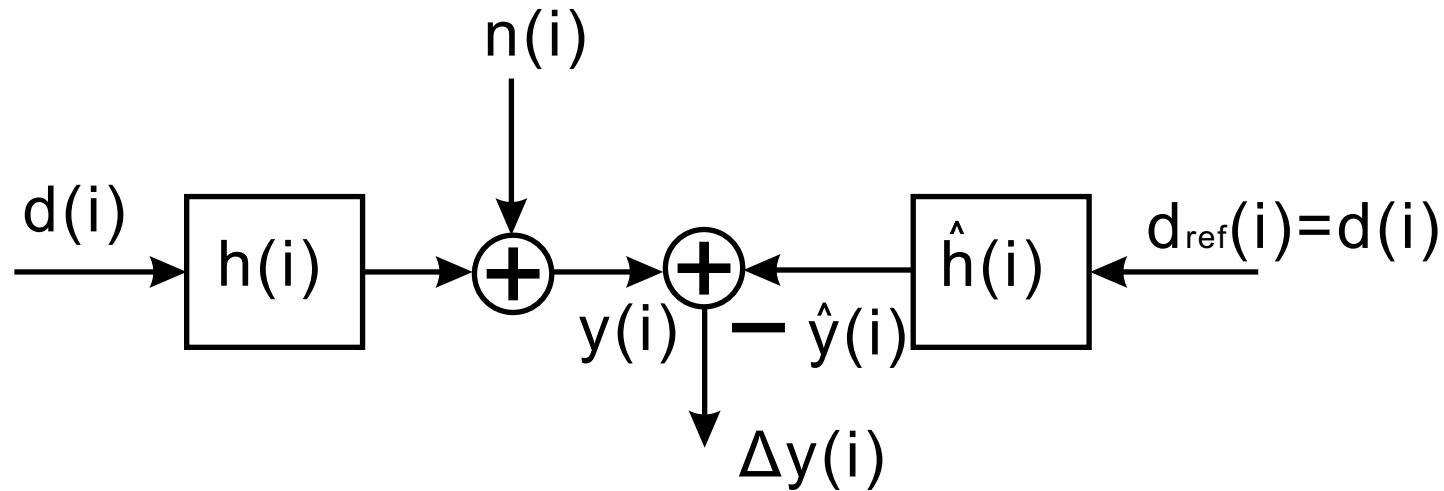
- Kenntnis der momentanen Kanalimpulsantwort

Ziel der Kanalschätzung:

- Am Empfänger Kanalimpulsantwort zu Schätzen



System zur Kanalidentifikation



$y(i)$: Empfangene Signal

$\hat{y}(i)$: Ausgangssignal eines modellsystems

$d_{ref}(i)$: Eingangsdaten des modellsystems

$\Delta y(i)$: Differenzsignal





MMSE-Lösung

Wir definieren den Vektor der Referenzdaten sowie seine konjugiert komplexe Version.

$$\begin{aligned} D(i) &= [D(i), D(i-1), \dots, D(i-\ell+1)]^T \\ D^*(i) &= [D^*(i), D^*(i-1), \dots, D^*(i-\ell+1)]^T \end{aligned}$$

Eine Schätzung der Gesamtimpulsantwort wird in einem Vektor zusammengefasst:

$$\hat{h} = [\hat{h}(0), \hat{h}(1), \dots, \hat{h}(\ell-1)]^T$$

Referenzdaten zu formulieren:

$$\Delta Y(i) = Y(i) - D^T(i)\hat{h}; \quad \Delta Y^*(i) = Y^*(i) - \hat{h}^H D^*(i)$$



Wichtige Algorithmen zur Kanalschätzung



Die Leistung des Fehlersignals beträgt

$$\begin{aligned} E\left\{\left|\Delta Y(i)\right|^2\right\} &= E\left\{\left[Y^*(i) - \hat{h}^H D^*(i)\right] \cdot \left[Y(i) - D^T(i)\hat{h}\right]\right\} \\ &= \sigma_Y^2 - E\left\{Y^*(i)D^T(i)\right\} \cdot \hat{h} - \hat{h}^H \cdot E\left\{Y(i)D^*(i)\right\} + \hat{h}^H \cdot R_{DD} \cdot \hat{h} \end{aligned}$$

Das Minimum findet man durch Nullsetzen der Ableitung nach dem gesuchten Koeffizientenvektor.

$$\frac{\partial}{\partial \hat{h}^H} \left(E\left\{\left|\Delta Y(i)\right|^2\right\} \right) = -E\left\{Y(i)D^*(i)\right\} + R_{DD}h_{MMSE} = 0$$

und daraus die MMSE-Lösung

$$h_{MMSE} = R_{DD}^{-1} \cdot E\left\{Y(i)D^*(i)\right\}$$

$$h_{MMSE} = \frac{1}{\sigma_D^2} \cdot E\left\{Y(i)D^*(i)\right\}$$





LMS-Kanalschätzung

Erwartungswert ist in der MMSE-Lösung a-priori nicht bekannt

⇒ muss eine schätzung auf der Basis der Empfangenen Musterfunktion $y(i)$ erfolgen

⇒ die Referenzdaten bzw. ihre konjugiert komplexen Werte:

$$d(i) = [\hat{d}(i), \hat{d}(i-1), \dots, \hat{d}(i-\ell+1)]^T$$
$$d^*(i) = [\hat{d}^*(i), \hat{d}^*(i-1), \dots, \hat{d}^*(i-\ell+1)]^T$$

Methode zur iterativen Kanalschätzung: **der Stochastische Gradientenalgorithmus**



Wichtige Algorithmen zur Kanalschätzung



Die ideale MSE-Zielfunktion wird dabei durch den Momentanwert

$$\hat{F}_{MSE}(i) = |\Delta y(i)|^2 = [y(i) - d^T(i)\hat{h}] \cdot [y^*(i) - \hat{h}^H d^*(i)]$$

abgeschätzt

Die Iterationsgleichung für die Koeffizienten des Modellsystems lautet:

$$\hat{h}(i+1) = \hat{h}(i) - \mu \cdot \frac{\partial \hat{F}_{MSE}(i)}{\partial \hat{h}^H(i)} \quad \mu > 0$$

Mit

$$\frac{\partial |\Delta y(i)|^2}{\partial \hat{h}^H(i)} = -\Delta y(i) \cdot d^*(i)$$

Erhält man daraus die Rekursionsvorschrift

$$\hat{h}(i+1) = \hat{h}(i) + \mu \cdot \Delta y(i) \cdot d^*(i)$$





Maximum-Likelihood-Kanalschätzung

Zur Berechnung der ℓ Kanalkoeffizienten des $y(i)$ ($i_1 \leq i \leq i_1 + N - 1$) wird ein Gleichungssystem aufgestellt.

$$\begin{aligned} y(i_1) &= h(0)d(i_1) + \dots + h(\ell - 1)d(i_1 - \ell + 1) + n(i_1) \\ y(i_1 + 1) &= h(0)d(i_1 + 1) + \dots + h(\ell - 1)d(i_1 - \ell + 2) + n(i_1 + 1) \\ &\vdots \\ y(i_1 + N - 1) &= h(0)d(i_1 + N - 1) + \dots + h(\ell - 1)d(i_1 + N - \ell) + n(i_1 + N - 1) \end{aligned}$$

Zur kompakten Formulierung definieren wir die $(N \times \ell)$ -Signalmatrix

$$\mathbf{S}_d = \begin{pmatrix} d(i_1) & d(i_1 - 1) & \dots & d(i_1 - \ell + 1) \\ d(i_1 + 1) & d(i_1) & \dots & d(i_1 - \ell) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d(i_1 + N - 1) & \dots & \dots & d(i_1 + N - \ell) \end{pmatrix}$$



Wichtige Algorithmen zur Kanalschätzung



und die Vektoren

$$\begin{aligned}\mathbf{h} &= [h(0), h(1), \dots, h(\ell - 1)]^T \\ \mathbf{y} &= [y(i_1), y(i_1 + 1), \dots, y(i_1 + N - 1)]^T \\ \mathbf{n} &= [n(i_1), n(i_1 + 1), \dots, n(i_1 + N - 1)]^T\end{aligned}$$

Damit erhalten wir

$$y = S_d \cdot h + n$$

Im Folgenden sollen die Kanalkoeffizienten im Maximum-Likelihood-Sinne geschätzt werden. Die Lösung erfolgt über die Maximierung der Verteilungsdichte des Empfangssignals unter der Bedingung, dass der Kanal die Impulsantwort \mathbf{h} aufweist:

$$\hat{h} = \arg \max \{p_{Y|h}(y)\}$$



Wichtige Algorithmen zur Kanalschätzung



Setzt man gaußverteiltes Kanalrauschen mit einer Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{NN} an, so gilt

$$\begin{aligned} p_{Y|h}(y) &= p_N(y - S_d h) \\ &= \frac{1}{\pi^N \det\{R_{NN}\}} \exp(-[y^H - h^H S_d^H] \cdot R_{DD}^{-1} \cdot [y - S_d h]) \end{aligned}$$

Nach

$$\mathbf{A} = (S_d^H R_{NN}^{-1} S_d)^{-1} S_d^{-1} R_{NN}^{-1} \quad \mathbf{B} = S_d^H R_{NN}^{-1} S_d$$

kann $p_{Y|h}(y)$ in folgender Weise umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} p_{Y|h}(y) &= \frac{1}{\pi^N \det\{R_{NN}\}} \exp(-y^H [R_{NN}^{-1} - A^H B A] y) \cdot \\ &\quad \exp(-[h^H - y^H A^H] \cdot B \cdot [h - A y]) \end{aligned}$$

Die Maximierung in Abhängigkeit von h , also die Maximum-Likelihood-Kanalschätzung, durch Nullsetzen des Exponenten ($h - A y = 0$):

$$\hat{h}_{ML} = (S_d^H R_{NN}^{-1} S_d)^{-1} S_d^{-1} R_{NN}^{-1} y$$





LMS-Algorithmus

- Anwendungsbereich: laufende Übertragung zur Nachführung der sich zeitlich verändernden Kanalimpulsantwort
- Eigenschaft: die aktuell entschiedenen Daten als Referenzsignale
- Vorteil: einfachste Methode zur adaptiven Einstellung von Entzerrungsnetzen
- Nachteil: verzögerung des Empfangssignals $y(i)$ um i_0 Symbolintervalle, dann keine Kanalschätzung zum aktuellen Zeitpunkt i

Maximum-Likelihood-Kanalschätzung

- Voraussetzung: freie gewählte Trainingssequenz am Empfänger bekannt
- Eigenschaft: wenn die Trainingssequenz als orthogonale Folge festlegt wird, dann

$$S_d^H S_d = N \cdot \mathbf{I} \Rightarrow \hat{h}_{ML} = \frac{1}{N} \cdot S_d^H y$$

- Vorteil: die geringste Schätzfehler-Varianz





Literaturverzeichnis

- [1] Karl-Dirk Kammeyer: Nachrichtenübertragung. B.G.Teubner Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2004 .
- [2] P. Jung: Analyse und Entwurf digitaler Mobilfunksysteme. B.G.Teubner, stuttgart, 1997 .

