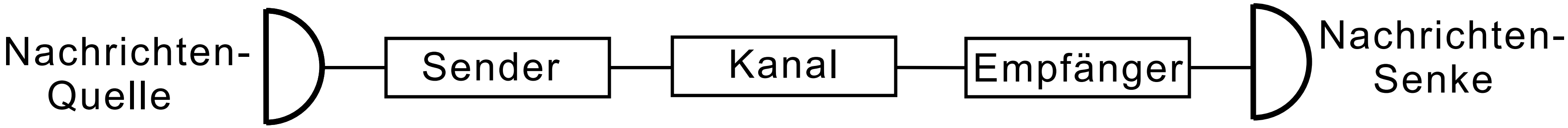
Entzerrerstrukturen
WS 2005/2006

Dehai Wang

Inhalt

Kanalentzerrungen

1.1 Eigenschaften des Kanals

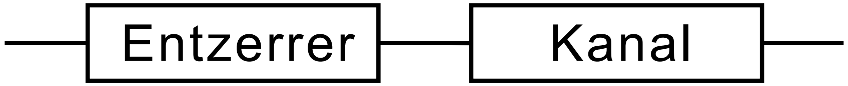


- Jeder Übertragungskanal ist bandbegrenzt
- Impulsantwort des idealen Kanals: $h_K(t) = \delta(t)$
- Mobilfunk-Kanal ist zeitvarianter Kanal

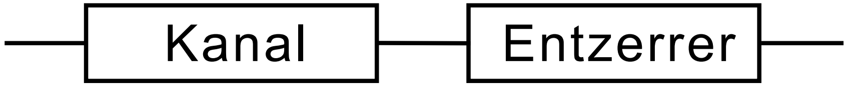
1.2 Kanalentzerrungen

3 Möglichkeiten zur Anordnung des Entzerrers

- vor dem Kanal



- hinter dem Kanal

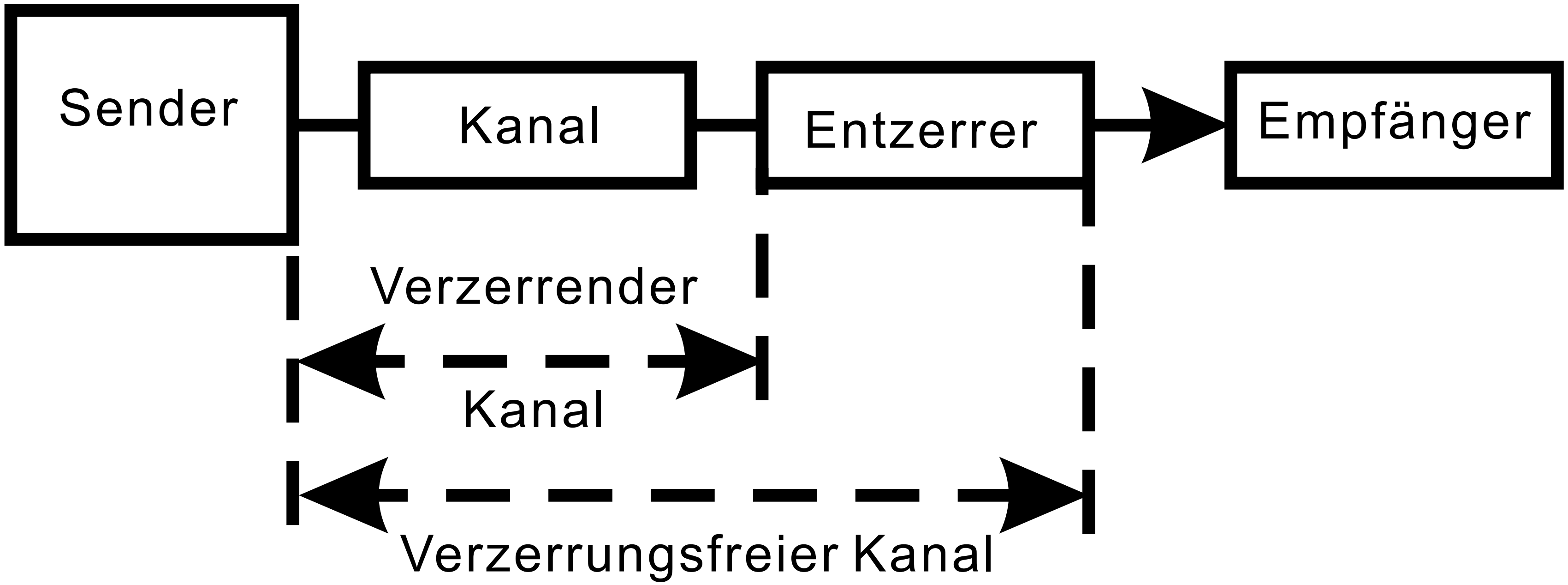


- verteilt auf beiden Seiten des Kanals

2. Entzerrer

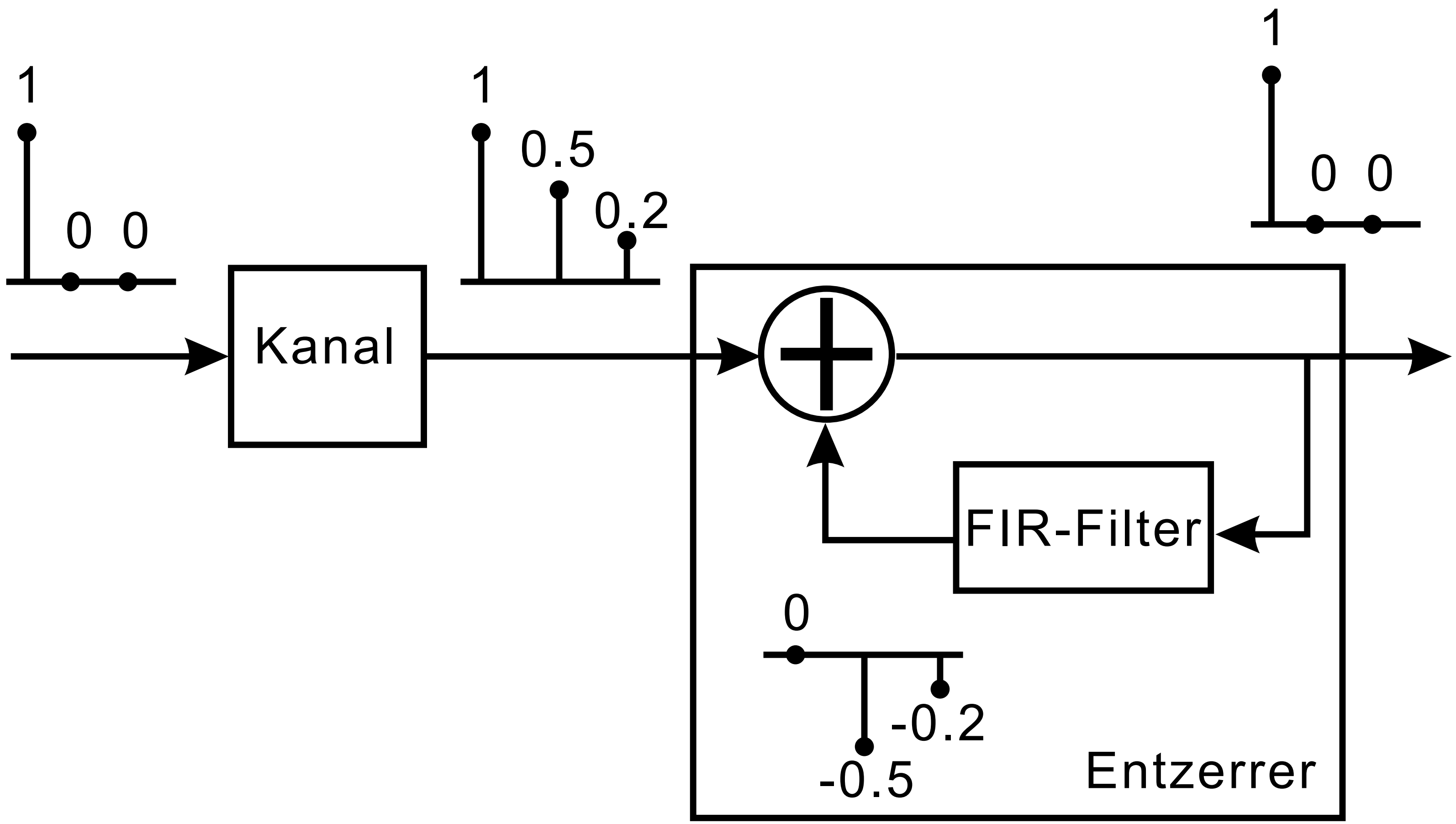
Zur Korrektur können lineare oder nichtlineare Entzerrern mit nichtidealem Kanal geschaltet werden.

- Übertragungssystem mit Entzerrer $$H_E(z) = \frac{1}{H_K(z)}$$

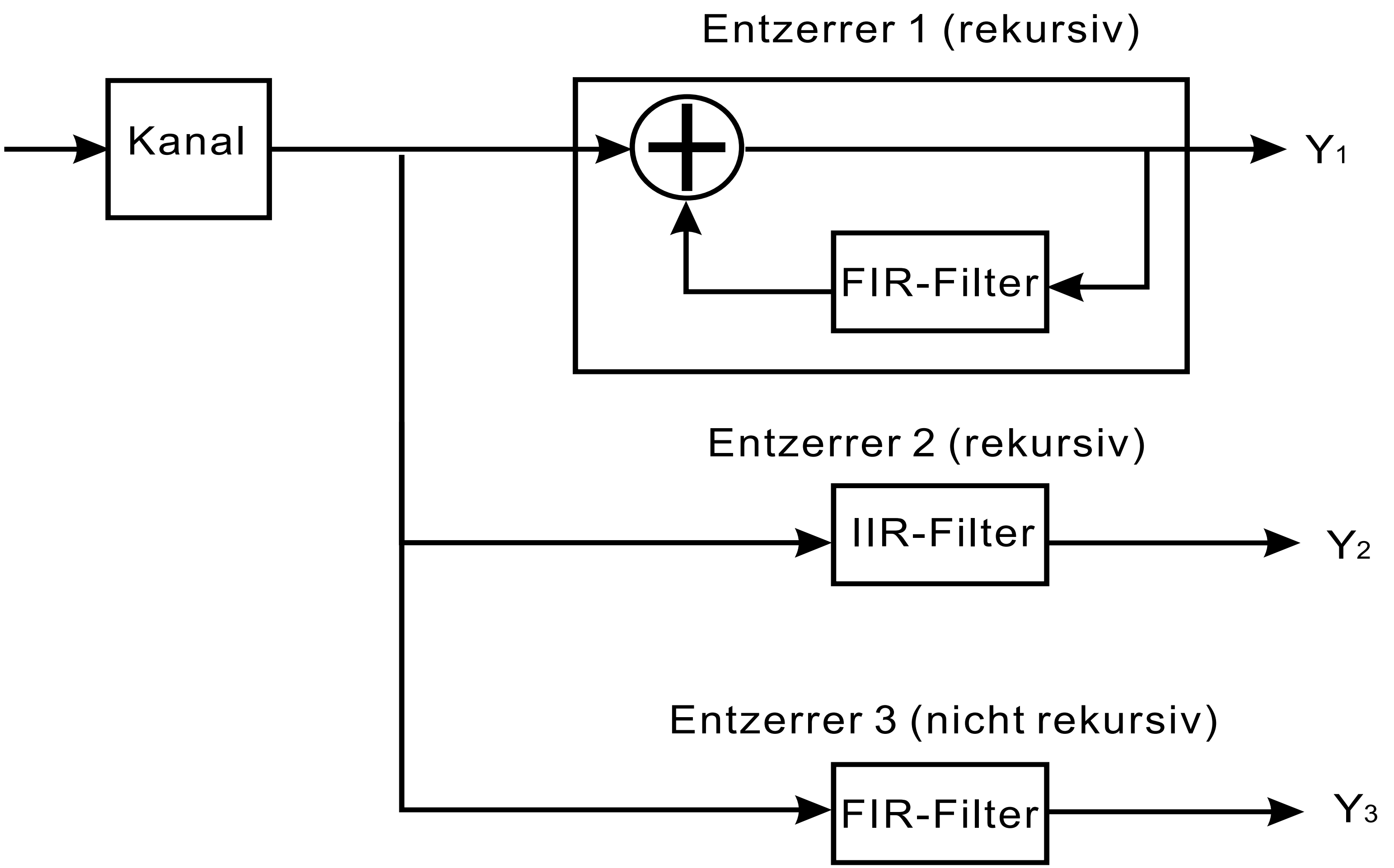


Entzerrer

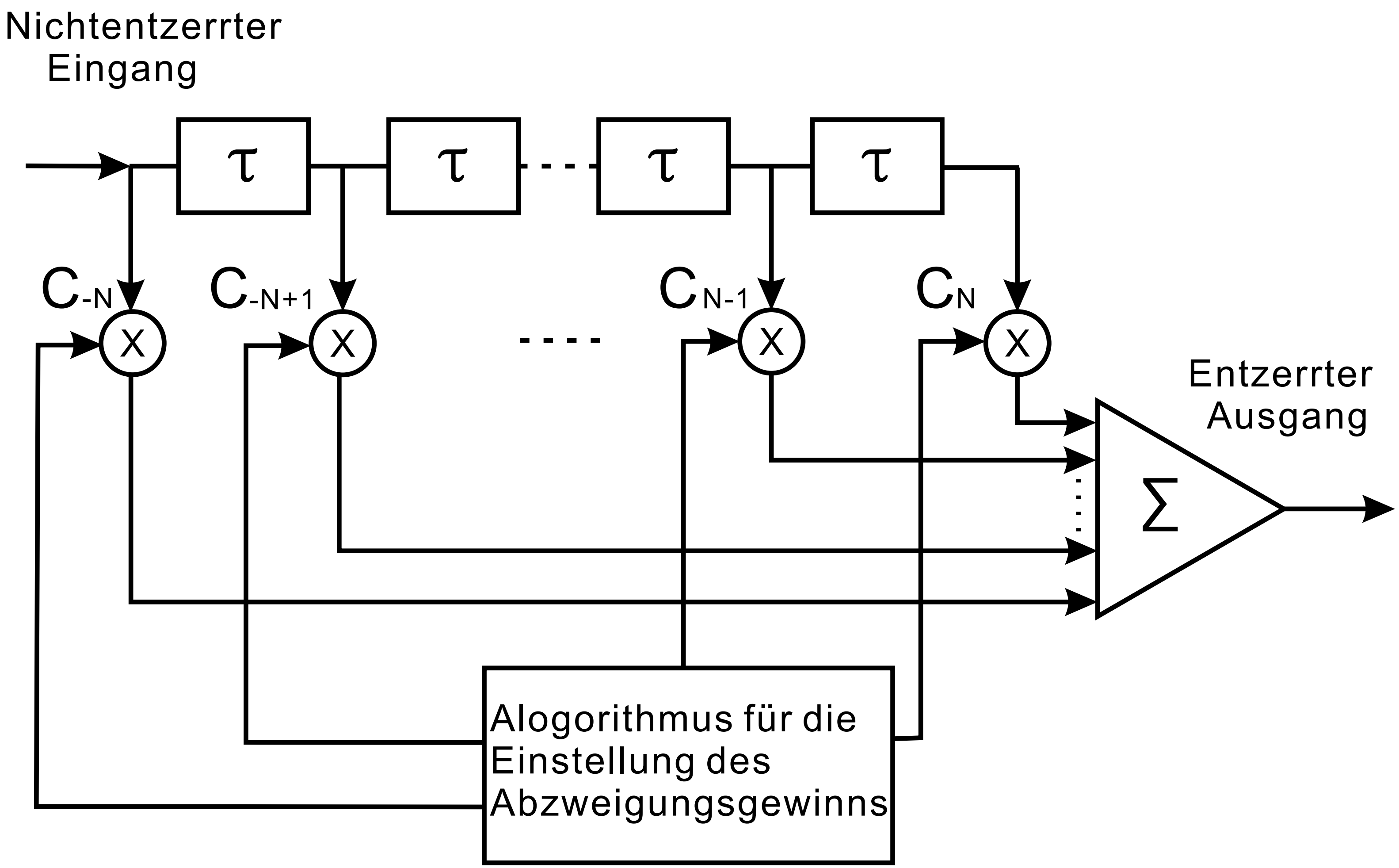
- Digitaler Entzerrer



3.1 Verschiedene lineare Entzerrerstrukturen



3.2Transversalfilter



Lineare Entzerrerstrukturen

Die Impulsantwort des Entzerrers ist

$$h(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n \delta(t - n\tau)$$

Der Ausgangsignalpuls des Entzerrers ist

$$q(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n x(t - n\tau)$$

Die Nullerzwingungsbedingung:

$$q_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n x_{j-n} = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ 0, & j \neq 0 \end{cases}$$

Im Wesentlichen kann die Bedingung forciert werden, welche in Matrixform als $\mathbf{Xc} = \mathbf{q}$ ausgedrückt werden kann.

Lineare Entzerrerstrukturen

Beispiel

Das Eingangssignal eines Entzerrers sei ein durch den Kanal verzerrter Puls $x(t)$,der gegeben ist durch

$$x(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2t}{T}\right)^2}$$

wobei $1/T$ die Symbolrate ist.Der Puls wird abgetastet mit der Rate $2/T$ ($\tau = T/2$)und verarbeitet durch einen Nullerzwingungsentzerrer.Bestimmen Sie die Koeffizienten des Fünfabzweigungs-Nullerzwingungsentzerrers.

Lösung

Der Nullerzwingungsentzerrer muss folgende Gleichungen erfüllen.

$$q(mT) = \sum_{n=-2}^{2} c_n x(mT - nT/2) = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 0, & m = \pm 1, \pm 2 \end{cases}$$

Lineare Entzerrerstrukturen

Die Matrix $\mathbf{X}$ mit den Elementen $x_{mn} = x(mT - nT/2) = \dfrac{1}{1 + \left(\frac{2(mT - nT/2)}{T}\right)^2}$ ist als

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{m=-2,n=-2} & x_{m=-2,n=-1} & x_{m=-2,n=0} & x_{m=-2,n=1} & x_{m=-2,n=2} \\ x_{m=-1,n=-2} & x_{m=-1,n=-1} & x_{m=-1,n=0} & x_{m=-1,n=1} & x_{m=-1,n=2} \\ x_{m=0,n=-2} & x_{m=0,n=-1} & x_{m=0,n=0} & x_{m=0,n=1} & x_{m=0,n=2} \\ x_{m=1,n=-2} & x_{m=1,n=-1} & x_{m=1,n=0} & x_{m=1,n=1} & x_{m=1,n=2} \\ x_{m=2,n=-2} & x_{m=2,n=-1} & x_{m=2,n=0} & x_{m=2,n=1} & x_{m=2,n=2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{10} & \frac{1}{17} & \frac{1}{26} & \frac{1}{37} \\ \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} & \frac{1}{10} & \frac{1}{17} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{17} & \frac{1}{10} & \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{1} \\ \frac{1}{37} & \frac{1}{26} & \frac{1}{17} & \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

gegeben.

Der Koeffizientenvektor $\mathbf{c}$ und der Vektor $\mathbf{q}$ sind gegeben:

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_{-2} & c_{-1} & c_0 & c_1 & c_2 \end{pmatrix}^T, \mathbf{q} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

Die linearen Gleichungen $\mathbf{Xc} = \mathbf{q}$ können dann durch die Inversion der Matrix $\mathbf{X}$ gelöst werden. Folglich erhalten wir

$$\mathbf{c}_{opt} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{q} = \begin{pmatrix} -2.2 & 4.9 & -3 & 4.9 & -2.2 \end{pmatrix}^T$$

3.3 MMSE Lösung für linearen Entzerrer (Minimum-Mean-Square-Error)

Durch Rauschen verfälschter Ausgang des Entzerrers, welcher

$$z(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n y(t - n\tau)$$

ist, wobei $y(t)$ den Eingang des Entzerrers darstellt. Der Ausgang wird bei den Zeiten $t = mT$ abgetastet. Somit ergibt sich

$$z(mT) = \sum_{n=-N}^{N} c_n y(mT - n\tau)$$

Der Fehler ist als die Differenz zwischen a_m und $z(mT)$ definiert.

Lineare Entzerrerstrukturen

Der MSE (Mean-Square-Error) zwischen a_m und $z(mT)$ ist

$$
\begin{aligned}
MSE &= E\Big(z(mT) - a_m\Big)^2 \\
&= E\Big(\sum_{n=-N}^{N} c_n y(mT - n\tau) - a_m\Big)^2 \\
&= \sum_{n=-N}^{N}\sum_{\nu=-N}^{N} c_n c_\nu R_{YY}(n-\nu) - 2\sum_{\nu=-N}^{N} c_\nu R_{AY}(\nu) + E(a_m^2)
\end{aligned}
$$

wobei die Korrelationen definiert sind als

$$
\begin{aligned}
R_{YY}(n-\nu) &= E\Big(y(mT - n\tau)y(mT - \nu\tau)\Big) \\
R_{AY}(\nu) &= E\Big(y(mT - \nu\tau)a_m\Big)
\end{aligned}
$$

und der Erwartungswert bezüglich der zufälligen Informationssequenz a_m und des additiven Rauschens berechnet wurde.

Lineare Entzerrerstrukturen

Die notwendigen Bedingungen für den MMSE sind:

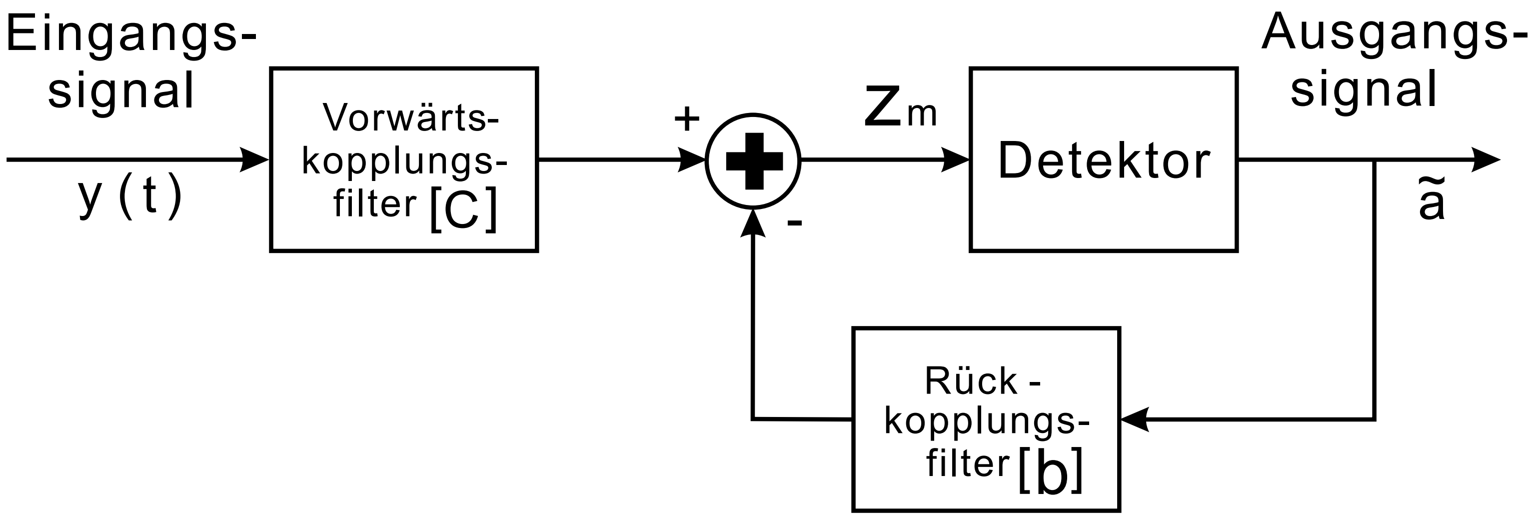
$$\sum_{n=-N}^{N} c_n R_{YY}(n-\nu) = R_{YA}(\nu), \nu = \pm 1, \pm 2, ..., \pm N$$

Dies sind $(2N+1)$ lineare Gleichungen für die Entzerrerkoeffizienten.

4.1 Entscheidungsrückkopplungs-Entzerrer (Decision Feedback Equalizer)

Wenn Känale in ihrem Spektrum Nullstellen aufweisen, so ist ein linearer Entzerrer nicht mehr in der Lage die ISI ausreichend zu kompensieren.

Ein nichtlinearer Entzerrer, wie DFE, kann die verstärkte ISI kompensieren.



$$z_m = \sum_{n=1}^{N_1} c_n y(mT - n\tau) - \sum_{n=1}^{N_2} b_n \tilde{a}_{m-n}$$

4.2 MMSE Lösung für DFE

Zur Bestimmung der Koeffizienten wird das bekannte MMSE angewendet.

$$
\begin{aligned}
MSE =\ & E(z_m - a_m)^2 \\
=\ & E\Big(\sum_{n=1}^{N_1} c_n y(mT - n\tau) - \sum_{n=1}^{N_2} b_n \tilde{a}_{m-n} - a_m\Big)^2
\end{aligned}
$$

Entzerrerauswahl

Die folgende Tabelle zeigt eine mögliche Entzerrerauswahl in Abhängigkeit verschiedener Kanaleigenschaften.

Kanaleigenschaften	**Entzerrertyp**
keine Nullstellenbereiche im Amplitudenspektrum(zeitinvariant)	linearer Entzerrer (preset-Methode)
keine Nullstellenbereiche im Amplitudenspektrum(zeitvariant)	linearer Entzerrer (adaptive-Methode)
Nullstellenbereiche im Amplitudenspektrum(zeitinvariant)	nichtlinearer Entzerrer (preset-Methode)
Nullstellenbereiche im Amplitudenspektrum(zeitvariant)	nichtlinearer Entzerrer (adaptive-Methode)

Literaturen

- John G.Proakis:**Digital Communications**,4.Auflage,McGraw-Hill,2001
- John G.Proakis,Masoud Salehi:**Grundlagen der Kommunikationstechnik**, 2.Auflage,Pearson Education,2004
- Jürgen Göbel:**Kommunikationstechnik**,Hüthig Verlag Heidelberg,1999
- Martin Meyer:**Kommunikationstechnik**,2.Auflage,Vieweg Verlag,2002
- Karlheinz Ochs:**Übertragung Digitaler Signale**,0.2.Auflage,Vorlesungsskript,2005