



---

*Johannes Gauer*

# Synthese mit Hilfe des Abspaltverfahrens



# Inhalt



1. Einleitung
2. Eingangsimpedanzfunktionen
3. Erläuterung des Abspaltverfahrens an Hand eines Beispiels
4. Bedingungen und Einschränkungen
5. Abspalttabellen
6. Literatur



# Einleitung



Das Abspaltverfahren dient zur Bestimmung der Bauelementwerte bei der Realisierung eines Filters als Reaktanzzweitor mit Abschlusswiderstand bei vorgegebenem Dämpfungsverlauf bzw. bei vorgegebener Streumatrix.

## Voraussetzungen und Annahmen:

- Übertragungsfunktion bzw. Dämpfungsverlauf des Filters sind bekannt  $\Leftrightarrow$  die Polynome  $f(p)$ ,  $g(p)$ ,  $h(p)$  sind bekannt
- Struktur der Schaltung ist durch Kanonische Faktorisierung gefunden worden (vgl. Vortrag 6)
- Das Zweitor wird als passiv, reziprok und verlustfrei angenommen (Reaktanz-Zweitor)





# Eingangsimpedanzfunktionen

Allgemein gilt für die Impedanz  $Z = R + jX$ :

Der Realteil  $R$  von  $Z$  wird Resistanz, der Imaginärteil  $X$  Reaktanz genannt. Reaktanzen werden durch ungerade Funktionen beschrieben.

Um das Abspaltverfahren anwenden zu können, muss eine der folgenden **Eingangsimpedanzfunktionen** betrachtet werden, die aus den Polynomen  $f(p)$ ,  $g(p)$  und  $h(p)$  gewonnen werden.

- Betriebseingangsimpedanz des mit einem Ohm-Widerstand abgeschlossenen Reaktanz-Zweiters:  $Z(p) = \frac{g(p)+h(p)}{g(p)-h(p)} = \frac{N(p)}{D(p)}$
- Leerlaufeingangsimpedanz des nicht abgeschlossenen Zweiters:  $Z_L(p) = jX_L(p) = \frac{gg(p)-hg(p)}{gu(p)-hu(p)}$
- Kurzschlussingangsimpedanz des Zweiters:  $Z_K(p) = jX_K(p) = \frac{gu(p)+hu(p)}{gg(p)+hg(p)}$

( $g_g$  und  $h_g$  entsprechen den geraden,  $g_u$  und  $h_u$  den ungeraden Anteilen der Polynome)

**Wichtig:** Die Pol- und Nullstellen von Dämpfungsverlauf und Eingangsimpedanzen sind im Allgemeinen nicht identisch, Ausnahmen stellen die Stellen  $p = 0$  und  $p = \infty$  dar!





# Beispiel

Der Abspaltprozess soll hier am Beispiel eines Cauer-Tiefpasses 5. Grades gezeigt werden.  
Das Filter habe Polstellen bei  $\pm j\omega_{\infty 1}$ ,  $\pm j\omega_{\infty 2}$  und  $j\omega = \infty$ .

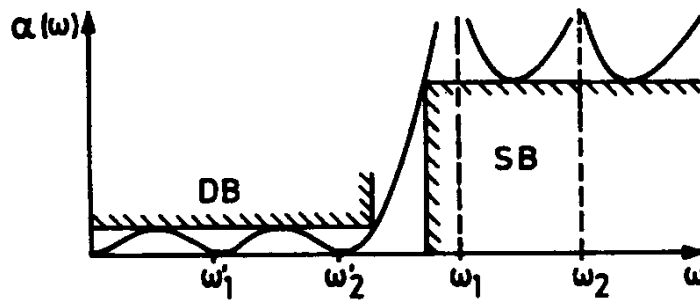


Abb. 1: Dämpfungsverlauf eines Cauer-Tiefpasses 5. Grades

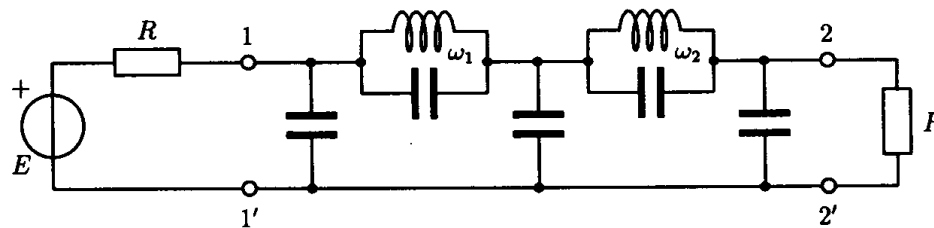


Abb. 2: Schaltungsstruktur eines Cauer-Tiefpasses 5. Grades

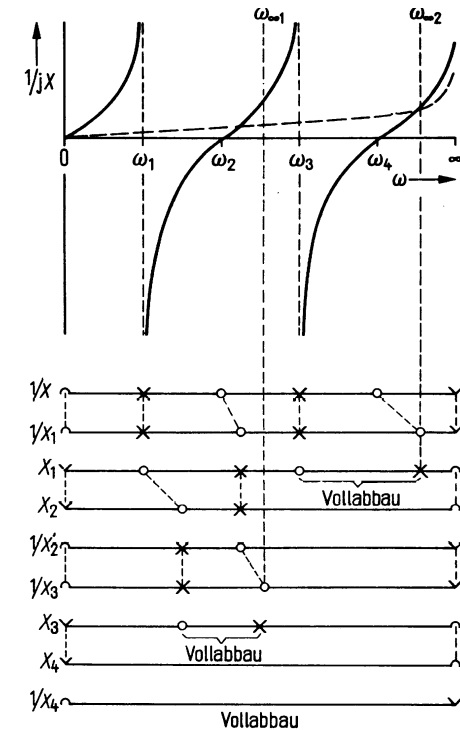


Abb. 3: Pol-/Nullstellen der Leerlaufreaktanz



# Abspaltung von Elementarzellen



## Schritt 1:

- Annahme: Bei Anregung mit  $\omega_{\infty 2}$  sperrt der Parallelschwingkreis  $L_2$ ,  $C_2$  und entkoppelt den hinteren Teil der Schaltung.
- Es resultiert  $Z(j\omega_{\infty 2}) = \frac{1}{j\omega_{\infty 2}C_1}$  bzw.  $X_L(\omega_{\infty 2}) = -\frac{1}{\omega_{\infty 2}C_1}$ .
- Auf Grund der Parallelschaltung ergibt sich als Restadmittanz  $Y_1 = \frac{1}{jX_1} = \frac{1}{jX_L} - j\omega C_1 = \frac{D_1(p)}{N_1(p)}$ .

Da  $X_1$  immer noch den selben Grad, d.h. die selbe Anzahl an Pol- und Nullstellen, hat wie  $X_L$ , nennt man diese Abspaltung einen Teilabbau. Man kann der Abbildung 3 allerdings entnehmen, dass die Stellen  $\omega_2$  und  $\omega_4$  verschoben wurden, und  $\omega_4$  nun mit dem Dämpfungspol  $\omega_{\infty 2}$  übereinstimmt.





# Abspaltung von Elementarzellen

## Schritt 2:

- Die Berechnung des Residuums von  $Y_1(p)$  an der Stelle  $\omega_{\infty 2}$  liefert
$$C_2 = \left( \frac{pY_1(p)}{p^2 + \omega_{\infty 2}^2} \right) \Big|_{p \rightarrow j\omega_{\infty 2}} = \frac{pD_1(p)}{N_1(p)}$$
- Aus der Resonanz folgt  $L_2 = \frac{1}{\omega_{\infty 2}^2 \cdot C_2}$ . Als Restfunktion ergibt sich
$$Z_2 = Z_1 - \frac{j\omega L_2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{\infty 2}}\right)^2} = \frac{N_1(p)}{D_1(p)} - \frac{p}{C(p^2 + \omega_{\infty 2}^2)} = \frac{N_2(p)}{D_2(p)}$$

Die Restreaktanz  $X_2$  ist um den Grad zwei kleiner als  $X_1$ , d.h. sie weist ein Pol-/Nullstellenpaar weniger auf. Daher nennt man eine solche Abspaltung einen Vollabbau.





# Abspaltung von Elementarzellen

---

## Schritte 3 und 4:

Die Abspaltung von  $C_3$  und dem Parallelschwingkreis  $L_4, C_4$  erfolgt analog zu  $C_1$  bzw.  $L_2$  und  $C_2$  an der Stelle  $p = j\omega_{\infty 1}$ . Diese Abspaltungen entsprechen wieder einem Teil- bzw. Vollabbau.

## Schritt 5:

Für die letzte Kapazität gilt  $C_5 = \left( \frac{D_4(p)}{pN_4(p)} \right) \Big|_{p \rightarrow \infty}$ . Auch diese Abspaltung ist ein Vollabbau.

In analoger Weise lassen sich Reihenschwingkreise und einzelne Induktivitäten in Elementarzellen mit Querzweigen und einzelne Kapazitäten bzw. Induktivitäten in Elementarzellen mit Längszweigen bestimmen, wobei für Elementarzellen mit Querzweigen die Admittanzen betrachtet werden.

Betrachtet man an Stelle der rein imaginären Leerlaufeingangsimpedanz die komplexe Betriebsingangsimpedanz, so bleibt nach dem letzten Abspaltschritt eine konstante reelle Restimpedanz übrig, die den Abschlusswiderstand  $R_2$  beschreibt.





# Bedingungen und Einschränkungen



Die Wahl der Reihenfolge für den Abbau der endlichen Polstellen ist zwar prinzipiell beliebig, aber u.U. ungünstig, da eine falsche Reihenfolge zu negativen Bauelementwerten führen kann, so dass nicht in jedem Fall eine kopplungsfreie Realisierung möglich ist.

Sind die folgenden Bedingungen erfüllt, so gibt es mindestens eine Reihenfolge beim Abbau der Polstellen, die zu einer realisierenden kopplungsfreien Schaltung führt:

- Mindestens eine Polstelle des Filters muss mit einer Polstelle der Reaktanzfunktion zusammenfallen. Kopplungsfreie Kettenschaltungen müssen also im Allgemeinen eine Polstelle bei  $\omega = 0$  oder  $\omega = \infty$  haben.
- Gesehen von der Polstelle, bei der die Teilabbauten vorgemommen werden, im Beispiel  $\omega = \infty$ , muss jede Polstelle durch eine hinter ihr liegende Nullstelle „gedeckt“ sein. Die einfache Nullstelle der Reaktanzfunktion im Nullpunkt gilt dabei als Deckung für die einfache Polstelle im Unendlichen. Diese Forderung gewährleistet, dass bei den Teilabbauten an einer Polstelle, die immer die Nullstellen der Reaktanzfunktion an diese Polstelle heranziehen, nach und nach alle Nullstellen an die vorgegeben Polstellen herangebracht werden können.

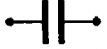



# Abspalttabellen



Um die Rechenschritte bei der Filtersynthese nicht jedes Mal neu und per Hand durchführen zu müssen, gibt es Tabellen, in denen die einzelnen Elementarzellen und die Formeln zur Berechnung der Bauteilwerte aufgeführt sind.







Beispiel einer solchen Tabelle:

Zellentyp	Elementwerte	Restimpedanz	
		Zähler	Nenner
  Vollabbau	$C = \frac{D}{pN} \Big _{p \rightarrow 0}$	$N - \frac{D}{pC}$	$\frac{D}{p}$



# Abspalttabellen

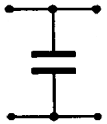
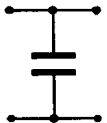
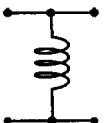


  Teilabbau	$C = \frac{D}{pN} \Big _{p \rightarrow j\omega_0}$	$N - \frac{D}{pC}$	$D$
  Vollabbau	$L = \frac{N}{pD} \Big _{p \rightarrow j\omega_0}$	$N - LpD$	$D$
  Teilabbau	$L = \frac{N}{pD} \Big _{p \rightarrow \infty}$	$N - LpD$	$D$



# Abspalttabellen

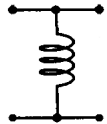
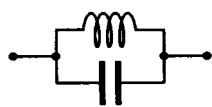
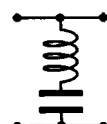


 Vollabbau	$C = \frac{D}{pN} \Big _{p \rightarrow \infty}$	$N$	$D - CpN$
 Teilabbau	$L = \frac{D}{pN} \Big _{p \rightarrow j\omega_0}$	$N$	$D - CpN$
 Vollabbau	$L = \frac{N}{pD} \Big _{p \rightarrow 0}$	$\frac{N}{p}$	$\frac{D - \frac{N}{pL}}{p}$





# Abspalttabellen

 <p>Teilabbau</p>	$L = \frac{N}{pD} \Big _{p \rightarrow j\omega_0}$	$N$	$D - \frac{N}{pL}$
 <p>Vollabbau</p>	$C = \frac{pD}{(p^2 + \omega_0^2)N} \Big _{p \rightarrow j\omega_0}, \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$	$\frac{N - \frac{pD}{C(p^2 + \omega_0^2)}}{(p^2 + \omega_0^2)}$	$\frac{D}{(p^2 + \omega_0^2)}$
 <p>Vollabbau</p>	$L = \frac{pN}{(p^2 + \omega_0^2)D} \Big _{p \rightarrow j\omega_0}, \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$	$\frac{N}{(p^2 + \omega_0^2)}$	$\frac{D - \frac{pN}{L(p^2 + \omega_0^2)}}{(p^2 + \omega_0^2)}$



# Literatur



- [1] A. FETTWEIS, G. HEMETSBERGER: *Vorlesung über Theorie elektrischer Schaltungen. Skript, Bochum, 1999*
- [2] G. BOSSE: *Einführung in die Synthese elektrischer Siebschaltungen. Stuttgart, 1963*
- [3] R. UNBEHAUEN: *Synthese elektrischer Netzwerke und Filter. München, 1988*
- [4] M. EXNER: *Implementierung eines Programms zur Synthese verlustfreier Filter [...]. Studienarbeit, Bochum, 1990*

